沙堆实验的自组织临界性与水华暴发行为的关系研究*

刘信安 周佩雯 陈双扣

重庆大学化学化工学院，重庆 400044

摘要 用圆柱形铝粒和铁粒进行沙堆物理实验，均得到高相关性的幂率函数 $K=a(\Delta w)^b$，表明沙堆系统具有自组织临界性. 在此基础上考察沙堆系统行为与不同颗粒及不同底盘的关系，并对统计数据 a 和 b 进行了重构得到在文中定义为水华暴发趋势的协同参数 Y_1 和 Y_2. Y_1 与 L/d(表征迁入水域系统的营养盐量)呈较好的线性正相关，Y_2 与 D(表征水域环境对营养盐的负荷量)呈较好的线性负相关. 结合文献资料对比分析可以证明：L/d 值越大(迁输入量越大)水华暴发趋势 Y_1 越高；D 值越大(系统负荷能力越高)水华暴发趋势(可能性)Y_2 越低.

关键词 沙堆物理实验 自组织临界性 富营养化 水华 数据重构

自组织临界性(self-organized criticality，SOC)概念可以解释许多复杂的自然现象. 具有SOC的系统不需调节外部控制参量，在开放环境中就能自发演化到具有统计意义的动力学临界状态. 但在演变过程中，即使微小的扰动都有可能触发连锁反应并导致突发事件，而这些事件发生的频率分布则呈现一种幂率关系[1]. SOC系统的临界状态是动力学吸引子，同时临界状态对扰动是稳健的或者说具有鲁棒性，即系统偏离临界状态后能自动回归临界态. SOC系统也永远不会达到平衡态，而只能从一个亚稳态向下一个亚稳态演化[2,3]1)，而这正好能够描述富营养污染水域环境中水华暴发/消退的亚稳态动力学过程.

研究SOC不能使用从部分认识整体的还原论方法，也不能使用约化自由度的方法. 直观有效的方法是通过沙堆模型(sandpile model，SM)[3—6]的数值仿真或者物理实验来表征和描述复杂系统的SOC行为，从而有可能从新的角度上解释系统内部的运动机制. 本文在实验室中采用两种材质的圆柱形颗粒进行了十分繁复和耗时的沙堆物理实验，在确定其SOC性质的情况下，再通过重构关联函数，试图建立起沙堆系统性质与水域中环境负荷能力及输入水体的营养盐量这些关键指标之间的对应关系，以便从新的理论角度来研究水域富营养化程度和水华暴发现象之间的某些内在规律，从而为解释、预测和调控水华暴发提供一种有理论价值的思路和模式.

1 实验

岛津UW820S自动联机采样电子天平：精度0.01 g，平衡时间≤0.1 s，最大称量820 g.

构建如图1所示的沙堆实验装置：电子天平通过RS-232C数据线与PC机连接，在确定直径的孔洞上方区域内随机向固定面积的底盘上不断地逐粒投放通过精密切割加工的铁质颗粒或者铝质颗粒，以持续地形成沙堆生长(即重量增加)和崩塌(即重量减少)的物理沙堆演变过程，并通过自动记录沙堆重量来采集实验数据.

采用不同长径比(L/d)的圆柱形铝粒和铁粒，分别以每4 s一颗和每5 s一颗(以充分消除局部的

2005-08-16 收稿，2005-09-19 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号：20377054)

E-mail：xaliu@cqu.edu.cn

1) 蒋良潍. 散立体自组织临界性及其应用. 西南交通大学硕士学位论文，成都，2003

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

热力学效应)向确定面积的底盘投放，在5种不同直径底盘上每种颗粒均投放约1.5万次(颗)，实验参数如表1所示：

表1 实验颗粒与底盘数据

沙堆系统	铝粒					铁粒				
颗粒直径 d/mm	2.0					2.0	3.0			
颗粒长度 L/mm	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	8.0				
颗粒长径比 L/d	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	4.0	8.0/3.0			
底盘直径 D/mm	45	55	65	75	85	45	55	65	75	85

2 实验结果

崩塌数据的筛选：用Delphi6.0编制沙堆实验数据处理和计算的程序，求得时序空间上的崩塌重量，以 $L/d=3.0$，$D=45$ mm 的实验为例得到如图2所示的沙堆系统的沙堆重量-时间变化序列图(截取至40000 s以前的颗粒投放数据). 并将发生在一定崩塌规模内(崩塌重量为 $\Delta w-(\Delta w+2w)$ 的崩塌都视为重量为 Δw 的崩塌，w 为单颗颗粒重量)的次数 K 统计出来，在Origin7.5中通过 $K=a(\Delta w)^b$ 对 Δw 进行数据拟合，用 K 表示变量 Δw 的分布函数，以 $L/d=3.5$，$D=55$ mm 时的实验为例得到如图3所示(其他情况类似)的结果. 将各组实验数据按上述方法处理，所得结果如表2和表3所示.

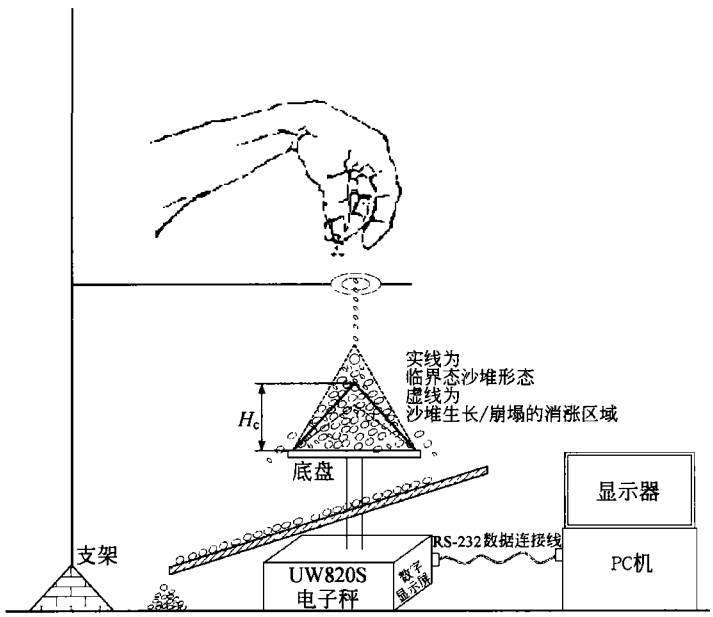

图1 沙堆物理实验装置示意图

表2 铝粒沙堆实验拟合数据($\alpha=0.4,\beta=0.6$)

D/mm	L/d	a	b	$K-\Delta w$ 的相关系数 r^2	协同参数 Y_1 $Y_1=\alpha\ln\alpha+\beta\lvert b\rvert$	Y_1-L/d 的线性拟合函数 $Y=A+BX$ A	B	Y_1-L/d 的相关系数 R
	2.5	6.43070	−2.01955	0.99910	1.95616			
	3.0	18.65504	−1.65478	0.99394	2.16331			
45	3.5	21.55110	−1.90703	0.99880	2.37239	1.30242	0.28315	0.96780
	4.0	45.75494	−1.55016	0.97938	2.45942			
	4.5	46.99682	−1.62661	0.98720	2.51600			
	2.5	10.01880	−1.78263	0.99883	1.99136			
	3.0	20.47689	−1.68679	0.99622	2.21979			
55	3.5	16.38579	−2.05275	0.99973	2.35022	1.58045	0.19663	0.91216
	4.0	37.60606	−1.54541	0.98283	2.37811			
	4.5	34.80241	−1.63983	0.99283	2.40377			

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

续表

D/mm	L/d	a	b	$K-\Delta w$ 的相关系数 r^2	协同参数 Y_1 $Y_1=\alpha\ln\alpha+\beta\lvert b\rvert$	Y_1-L/d 的线性拟合函数 $Y=A+BX$ A	B	Y_1-L/d 的相关系数 R
	2.5	7.340010	−1.79588	0.99634	1.87486			
	3.0	21.79040	−1.64931	0.99218	2.22217			
65	3.5	17.07510	−1.73495	0.99898	2.17602	1.35375	0.24671	0.89245
	4.0	41.48775	−1.55116	0.98443	2.42086			
	4.5	28.73271	−1.74848	0.99835	2.39230			

（用不同尺寸的底盘来考察沙堆与不同颗粒的关系）

表3 颗粒沙堆实验拟合数据($\alpha=0.1,\beta=0.9$)

颗粒种类	D/mm	a	b	$K-\Delta w$ 的相关系数 r^2	协同参数 Y_2 $Y_2=\alpha\ln\alpha+\beta\lvert b\rvert$	Y_2-D 的线性拟合函数 $Y=A+BX$ A	B	Y_2-D 的相关系数 R
铁 $L/d=4.0$	45	267.69948	−2.79145	0.99946	3.91082			
	55	323.79664	−2.55904	0.99904	3.84747			
	65	269.78173	−2.45908	0.99979	3.71449	4.37115	−0.00989	0.99076
	75	260.78701	−2.38291	0.99974	3.65523			
	85	214.95553	−2.27346	0.99945	3.51225			
铝 $L/d=4.0$	45	45.75494	−1.55016	0.97938	1.77747			
	55	37.60606	−1.54541	0.98283	1.75359			
	65	41.48775	−1.55116	0.98443	1.76858	1.90896	−0.00263	0.85327
	75	44.09703	−1.50570	0.98010	1.73377			
	85	32.15380	−1.45410	0.97739	1.65574			
铁 $L/d=8.0/3.0$	45	2914.5236	−3.21015	0.99988	3.68688			
	55	2746.7009	−3.99375	0.99998	4.38619			
	65	2804.1897	−3.28089	0.99969	3.74669	5.89533	−0.03758	0.81348
	75	2482.1070	−2.33958	0.99885	2.88731			
	85	1987.9895	−1.99784	0.99863	2.55754			

（用几种颗粒考察沙堆与底盘直径之间的关系）

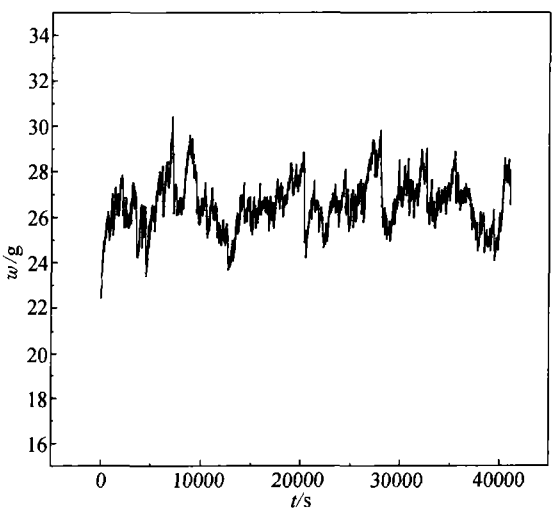

图2 $L/d=3.0$，$D=45$ mm 时沙堆重量-时间的数据图

3 结果分析与讨论

3.1 沙堆实验数据的分析与重构

从图2可知，沙堆重量总是在临界值附近上下波动(对应图1中围绕沙堆临界高度 H_c 的增长/消退)，表明实验中沙堆生长/崩塌的演化过程具有自组织临界性. 所有颗粒的沙堆实验数据均能拟合得到很好相关系数的幂率函数，这更充分和定量地反映了沙堆自发反复朝向临界态演化的自组织临界性. 本文也再次从实验上证实了负幂率分布是SOC系统遵循的普适规律. 图3(a)说明沙堆实验很好地遵从SOC系统的幂率分布特性，图3(b)则进一步说明：大、小崩塌均遵从同一规律，即分布在回归直线附近. 从表2和表3可知，不同参数条件下的沙堆物理实验都能呈现很好的频率-崩塌重量的幂率相关性，且 $K-\Delta w$ 的相关系数 r^2 都大于0.9773.

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

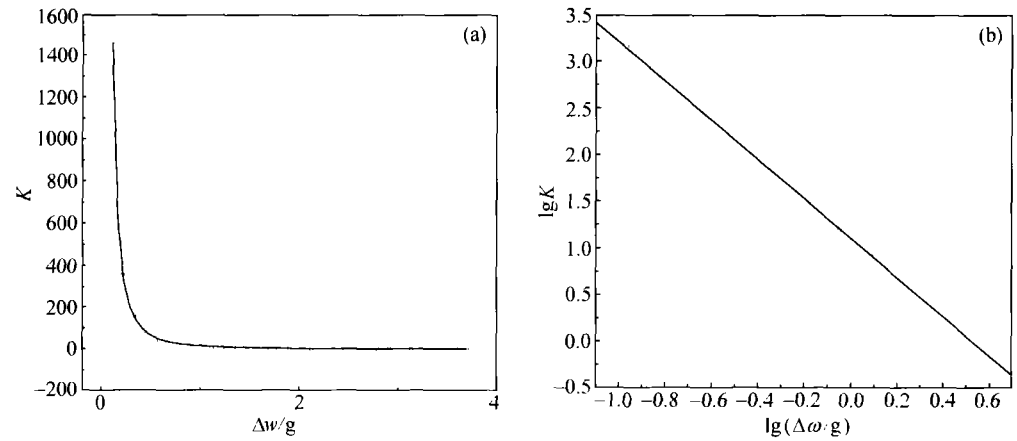

图3 $L/d=3.5$，D=55 mm，铝粒时沙堆崩塌趋势拟合示意图

(a) K—Δw 的幂率曲线图；(b) $\lg K$—$\lg\Delta w$ 的线性关系图

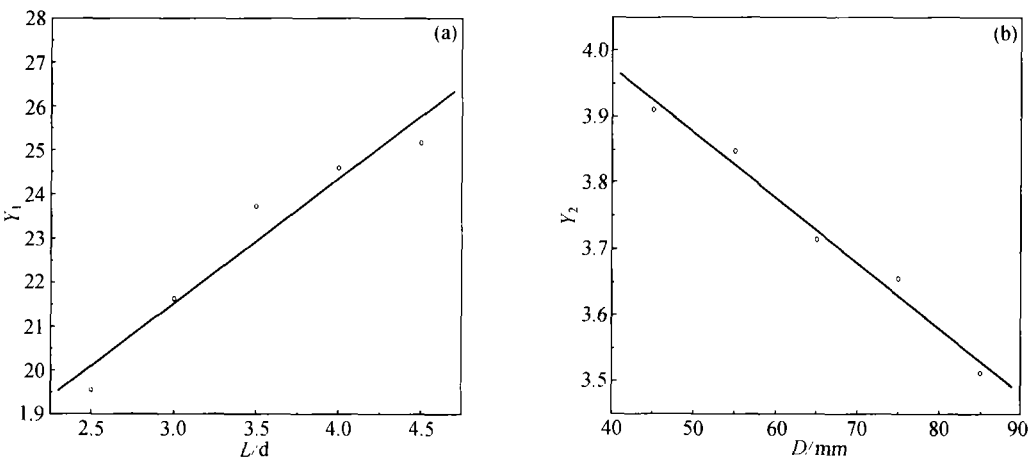

图4 协同参数 Y_1 与 L/d，Y_2 与 D 的线性关系

(a) $D=45$ mm，铝粒；(b) $L/d=4$，铁粒

从表2可以看出，随 L/d 变化时，无论在何种 D 值下任意单列的 a，b 值均不存在有规律的变化趋势. 而对于所得到的幂函数 $K=a(\Delta w)^b$，实际上都必须通过 a 和 b 的协同作用才能拟合出来. 因此，由 a 和 b 共同构建一种新的函数才有可能更真实和更合理地揭示一系列 SOC 系统的变化规律或趋势. 有鉴于此，本文对 a，b 数据序列进行重构，试图创建随 L/d 呈现一致性变化的 $f(a, b)$ 函数关系，再来考察协同参(函)数 $f(a, b)$ 与 L/d 之间具体的关联模式. 首先对表2的 a，b 重构为 $Y_1=f(a, b)=\alpha\ln a+\beta|b|$，式中 $\alpha=0.4$，$\beta=0.6$(系数必须满足：(i) 归一化条件：$\alpha+\beta=1$；(ii) 幂次系数 β 的权重应该明显大于比例系数 α 的条件：$\beta>\alpha$，下同). $Y_1=f(a, b)$ 为协同参数，与 L/d 呈较好的线性正相关见表2和图4(a)；同理，对于不同直径 D 底盘的沙堆系统也有 $Y_2=f(a, b)=\alpha\ln a+\beta|b|$，则呈现相似的线性负相关，见表3和图4(b). 这两类重构参数所得到的线性拟合系数 R 均较好.

3.2 沙堆实验与水华现象的关系

随着水体中富营养程度(尤其是氮磷浓度)的增加，通常会引起藻类大量生长而导致水华暴发(甚至频繁暴发)的污染现象. 对于各种湖泊型水体，营养物质迁入/输出并不平衡，在富营养程度不断加剧的过程中，营养消费量(也包括化合物的形态转换)由于不能和营养物质的消耗维持平衡而导致

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

藻类疯长[7]. 实际上，富营养程度与营养物质浓度、营养盐的迁输状态以及氮磷物质的化学形态等相关，而水华暴发与否则除了上述因素，还与水域系统本身对营养盐负荷能力等密切相关[8].

表4 洱海全湖总氮、总磷年度平均值

年度	1992	1993	1994	1995	1996（发生水华）	1997	1998
总氮/(mg·L^{-1})	0.20	0.30	0.25	0.29	0.36	0.38	0.38
总磷/(mg·L^{-1})	0.014	0.017	0.016	0.015	0.022	0.019	0.022
水草覆盖率/%	—	—	—	—	17	—	30

一般而言，影响水华暴发主要有三个表观原因：(i) 缓慢或静止的水流；(ii) 一定的氮、磷、BOD和微量元素浓度；(iii) 适宜的温度和光照条件[9]. 实际上，从文献和现场观测可知，不同水体在发生水华的整个过程中，其营养状态的差别可以很大[10-12]. 例如1988年上海市桂林公园水体在3月份和5月份未发生水华时的平均TSI_M(综合营养指数)分别为58.0和53.9，皆处于中等富营养状态，而在4月份的平均TSI_M为85.6，属重富营养状态，水华暴发时的TSI_M平均值则达到更严重的90.2，水华后TSI_M的均值重新回复到59.1的中等富营养状态，与水华前的3月份和水华后的5月份相同[13]. 由此可知对于同一水体，水华前后的营养状态变化并不大，这反映出水华的发生是首先从一较低营养程度的亚稳态向某一较高营养程度的亚稳态演变，然后当营养状态超过某一高浓度亚稳态时又自组织地向一低浓度亚稳态调整的演变过程，这与SOC的沙堆物理实验在临界高度H_c附近的涨落过程相符合. 洱海水体如表4的氮磷浓度在1998年时与发生水华的1996年比较大体相同甚至还略高[14]，但却未发生水华现象. 分析可知1996年蓝藻暴发与营养盐浓度的增高确有直接关系，但是1996年以后禁止打捞水草，适宜的环境条件使水生植被逐步恢复(改善了水域系统的生物多样性)，到1998年时水草覆盖率已从原来的17%增加到30%，水中营养物质与水生植物之间呈现某种制衡状态. 因此尽管1998年水体的氮磷还有所上升，但由于水草覆盖率增加使得水域系统对营养盐的负荷能力提高，进而能更有效地抑止水华暴发. 其结果是1998年没有暴发水华. 这实际上证明：同一水体如果环境性态发生变化，可能导致水体系统对营养盐的负荷量改变，而这在SOC理论上又正好对应于图4(b)和表3中Y_2(表征水华暴发趋势)与D(刻划水域环境系统对营养盐的负荷量)之间的定量关系：即D值越大(负荷能力越高)则暴发水华的趋势(可能性)越低. 因此，具有SOC的沙堆实验通过重构函数，使得我们有可能从一个新的角度来揭示水华现象内在的运动规律性.

表5 上海市两个典型水域系统的比较

水体	水生高等植物	放养鱼群	水体营养状态 TSI_M	水华
学思湖水体	睡莲、沮草等	鲢鱼等	中营养	未发生
桂林公园水体	未种植	未放养	中等富营养	发生

表6 放养鱼群对水体环境的影响

水体	年度	放养鱼群(鲢鱼、鳙鱼等)	水华	水质情况
武汉东湖	1989年以前	未放养	发生	1989年后富营养
	1989年以后	放养	未发生	程度甚至更重
对河口水库	2001	未放养	发生	水质为Ⅴ类
	2002	放养17万尾	发生	总氮为Ⅴ，总磷为Ⅳ
	2003	放养30万尾	未发生	总氮为Ⅳ，总磷为Ⅳ

再来分析比较上海市学思湖和桂林公园水体的情况见表5，进一步证实某些水生高等植物和放养鱼群可以提高水体的营养盐负荷能力而抑止水华发生，也符合Y_2与D的关系. 由表6表示放养鱼群对水体的影响[15,16]，同样能合理地解释放养鱼群对水华的抑止作用. 通过分析表明：(i) 对武汉东湖，尽管1998年后比以前的富营养程度更为严重，但由于有针对性的放养了鲢鱼和鳙鱼而提高了东湖水域负载营养盐的能力，因此再未见水华暴发，仍符合Y_2与D的关系；(ii) 对河口水库，与东湖类似，水体营养盐浓度几乎未改善，依然处于水华高发的富营养程度，未投放鱼甚至投放量较低时(例如17万尾)仍发生水华，但当放养鱼提高到30万尾时，水体系统对营养盐的负载能力有了进一步提高而最终抑止了水华暴发. 综上所述，可得出这样的结论：不同水域系统(对应由不同密度，如铁、铝颗粒构成的沙堆系统)的环境容量与水华暴发之间存在内在规律，可用沙堆实验底盘D与协同参数Y_2

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

之间的关联性从理论上来揭示水体环境容量与水华爆发趋势之间的反比关系.

表7 磷为限制因子在不同磷浓度的水体围隔实验

低磷状态（总磷浓度/（35 μg·L^{-1}））	中磷状态（总磷浓度/（70 μg·L^{-1}））	高磷状态（总磷浓度/（140 μg·L^{-1}））
未发生水华	发生水华	发生水华，水华延续时间更长

最后，在磷为藻类生长限制因子的水域系统中添加磷营养物的围隔实验中可以看出，参见表7数据[17]：迁入水体的磷浓度与水华暴发趋势及其规模呈正相关. 这也能从本文中的几组沙堆物理实验如图4(a)和表2中得到合理的解释. 对应同一水域系统，可用颗粒的 L/d（迁输进入系统的营养盐浓度）随协同参数 Y_1 呈线性正相关变化，即营养物浓度越高，越容易暴发水华，而这种情况显然符合常识和更容易理解，而且也能通过本文的沙堆实验和SOC理论来描述随着不断迁输到水体中的营养物浓度的增加，必然会成正比地增大水华爆发的趋势及其规模（这里用水华延续时间表示）.

参 考 文 献

1 Held G A. Experimental study of critical-mass fluctuation in an evolving sand pile. Phys Rev Lett, 1990, 65(9): 1120—1123

2 Bak P, Chen K. Self-organized criticality. Scientific American, 1991, 26—33

3 Dhar D. Exactly solved model of self-organized critical phenomena. Phys Rev Lett, 1989, 63: 1659—1662

4 Dhar D. Self-organized critical state of sandpile automaton models. Phys Rev Lett, 1990, 64: 1613—1616

5 Zhang Y C. Scaling theory of self-organized criticality. Phys Rev Lett, 1989, 63: 470—473

6 Christensen K. Tracer dispersion in a self-organized critical system. Phys Rev Lett, 1996, 77: 107—110

7 苏 玲. 水体富营养化. 世界环境, 1994, 01: 23—26

8 闫庆松. 浅谈水体富营养化. 山东环境, 1994, 02: 43

9 尹魁浩,袁弘任, 廖奇志, 等. 南水北调中线工程对汉江中下游"水华"影响. 人民长江, 2001, 32(7): 31—36

10 林 昱,林荣澄. 厦门西港引发有害硅藻水华磷的阈值研究. 海洋与湖沼, 1999, 30(4): 391—396

11 陆开宏,晏维金, 苏尚安. 富营养化水体治理与修复的环境生态工程—利用明矾浆和鱼类控制桥墩水库蓝藻水华. 环境科学学报, 2002, 22 (6): 732—737

12 鱼京善,崔国庆. 北京动物园水体水华发生的生态学机理. 环境工程, 2004, 22(4): 62—65

13 顾林娣,王华东, 刘天彬, 等. 浮游藻类群落结构动态与城市小水体水质的关系. 上海师范大学学报, 2004, 33(3): 86—90

14 李杰君. 海海富营养化探析及防治建议. 湖泊科学, 2001, 13(2): 187—192

15 杨顶田,陈伟民, 江 晶, 等. 藻类爆发对太湖梅梁湾水体中NPK含量的影响. 应用生态学报, 2003, 14(6): 969—972

16 金春华,陆开宏, 吕振平. 对河口水库营养状况及渔业利用对策的研究. 水力渔业, 2005, 25(2): 38—41

17 刘春光,金相灿, 孙 凌, 等. 城市小型人工湖围隔中生源要素和藻类的时空分布. 环境科学学报, 2004, 24(6): 1039—1045

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net